

Salvador Dalì conosceva l'ipercubo?

Uscire da un cubo senza attraversare
le facce prima dei 18 anni

Diana Eugeni Le Quesne* , Franco Eugeni**

DOI:10.30449/AS.v7n13.119

Ricevuto 18-12-2019 Approvato 4-05-2020 Pubblicato 1-06-2020



Sunto: *In un dialogo fra padre (matematico) e figlia (architetta) l'analisi di un celebre quadro di Salvador Dalì fornisce lo spunto per entrare in uno dei più affascinanti misteri della geometria: la quarta dimensione.*

Parole Chiave: Salvador Dalì, ipercubo, quarta dimensione.

Abstract: *In a dialogue between father (mathematician) and daughter (architect) the analysis of a famous painting by Salvador Dalì provides the starting point for entering one of the most fascinating mysteries of geometry: the fourth dimension.*

Keywords: Salvador Dalì, hypercube, fourth dimension.

Citazione: Eugeni Le Quesne D., Eugeni F., *Salvador Dalì conosceva l'ipercubo?*, «ArteScienza», Anno VII, N. 13, pp. 141-156, DOI:10.30449/AS.v7n13.119.

* Architetta, docente a contratto di "Design per la moda" presso la Facoltà di Industrial Design del Politecnico di Milano; dianalequesne@gmail.com

** Professore ordinario di "Filosofia della Scienza" in pensione, Presidente dell'Accademia di Filosofia delle Scienze Umane- Teramo; eugenif3@gmail.com.

;

Presentazione di Ezio Sciarra

già professore Ordinario di "Sociologia"
nell'Università di Chieti-Pescara

Il professor Franco Eugeni e la professoressa Arch. Diana Eugeni Le Quesne sono padre e figlia.

Diana, vive da anni a Londra, dove si occupa di moda. Dal 1988 al 1991 è stata nell'Università dell'Aquila come dottoranda di ricerca in Urbanistica, in un Consorzio L'Aquila-Roma-Firenze. Nel 1992 ha seguito un Master in Design, nel Consorzio Roma-Milano per divenire dal 1993 docente a contratto di "Design per la moda" presso la Facoltà di Industrial Design del Politecnico di Milano. Presso la Facoltà di Scienze della Comunicazione dell'Università di Teramo ha insegnato "Design per la Comunicazione" e "Design per la didattica" presso i Master telematici di quella Università. Ha ancora insegnato "Storia dell'Arte" presso il Consorzio delle Università americane di Firenze. A Milano ha lavorato come libero professionista. La sua attività attuale di Designer è internazionale. Ha al suo attivo una decina di pubblicazioni, ha diretto una rivista di moda e ha scritto due libri. Nel 2011 è stata nominata Cavaliere di Dignity, ordine per la difesa della dignità dell'Uomo. Nella sua sede di Roseto degli Abruzzi, come imprenditrice artigianale ha sviluppato una produzione della sua linea di Design per la moda con attività internazionale di e-commerce (www.vuscichè.com).

Franco dal 1963 al 2009 è stato professore di ruolo in varie Università (Modena, L'Aquila, Chieti, RomaTre, Milano Politecnico, Teramo) nelle Facoltà di Ingegneria, Architettura, Scienze Politiche e Scienze della Comunicazione, ricoprendo tutti i gradini della carriera universitaria. Professore Ordinario di Analisi Matematica e Geometria Analitica e poi Ordinario di Logica e Filosofia della Scienza. Dal 2009 al 2016, da pensionato,, è stato professore a contratto presso l'ISIA (Istituto Superiore per l'Industria Artistica) per Matematica per il Design e presso l'Università di Chieti-Pescara per Tecniche della Ricerca. Ha al suo attivo oltre duecento pubblicazioni e una decina di libri (vedasi profilo in wikipedia). E' Commendatore della

Repubblica Italiana, Cavaliere dell'Ordine spagnolo bizantino di S. Costantino il Grande, 33° grado del Supremo Consiglio d'Italia e San Marino e poi Gran Maestro del Grande Oriente dei Tre Mari d'Italia. Dal 1996 al 2009 è stato socio del Rotary Club di Teramo ove ha ricoperto la carica di Presidente nell'anno del Centenario.

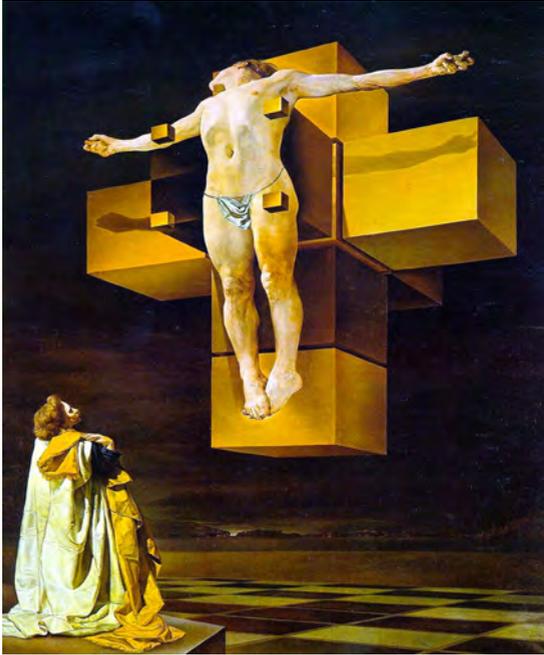
Il lavoro qui presentato risale a molti anni fa (1995) fa, quando Diana era da poco Dottore di ricerca in Urbanistica, mentre il padre Franco era professore ordinario di Geometria all'Università di RomaTre. Questo lavoro fu pubblicato sulla Rivista di Architettura dell'Università di Chieti. Il lavoro, peraltro piuttosto vivace e sicuramente presentato in una insolita forma divulgativa. Attualmente è ripresentato in questa nuova versione, versione che è frutto di una lunga chiacchierata tra noi, sulle varie tematiche trattate e in special modo sugli aspetti epistemologici connessi con l'idea pluridimensionale e i fondamenti filosofici, sia del pensiero debole, sia dell'approccio al mondo scientifico utilizzando i criteri della falsificazione e del provvisorio nel senso di Popper. Non vi è dubbio che personalmente condivido con i due autori pienamente queste idee.

1 - Introduzione, toccata e fuga : il colloquio

Sembra un titolo di un film di Lina Wertmuller del genere " Riusciranno i nostri eroi.....a fare tante cose?" In effetti nel titolo è il riassunto dell'intero nostro lavoro o almeno il senso di quello che vuol'essere il nostro discorso.

Siamo un padre matematico, professore di Geometria all'Università di RomaTre e una figlia Architetto, con un bel titolo di dottore di ricerca in Urbanistica, ed assistente volontaria presso la Facoltà di Architettura del Politecnico di Milano, per il Disegno Industriale. Ci siamo in tal modo presentati. Bene direte voi, e adesso che volete? Intanto penserete: cosa ci vorranno mai propinare questi due?

Noi in realtà desideriamo solo raccontarvi un nostro colloquio (di quasi vent'anni fa), che, almeno per noi, è stato un interessante spunto per simpatiche divagazioni. Avevamo davanti a noi un volume di riproduzioni di opere di Salvador Dalì e la nostra, forse più la mia,



**Fig. 1 - Salvador Dalí,
Corpus Hypercubus (1954).**

attenzione venne attratta dal dipinto *Corpus Hypercubus* del 1954.

Probabilmente questa attenzione fu provocata dal fatto che proprio di recente avevo visto l'originale al "Metropolitan Museum of Art" di New York. Mi venne così naturale, da padre saputo, chiedere a Diana se sapeva cosa esattamente significasse quel gruppo di cubi uno sull'altro, quei cubi che formavano l'insolita croce del Cristo di Dalí. La risposta di Diana, da buona figlia altrettanto saputa, fu immediata!

D. - Dai papà, quella specie di croce è lo sviluppo di un ipercubo in uno spazio a 3D, lo sanno tutti. Quando io ero piccola tu volevi fare una libreria di quella forma. Volevi tagliare una canna fumaria di eternit per fare i cubi. Io li volevo dipingere ognuno di un colore pazzo.....poi vinse la pigrizia. Ma era un bel progetto!

F.- Senti Diana, quante persone pensi sappiano cosa sia un ipercubo e in più lo sappiano anche dire? Secondo me pochissimi! Ad esempio chi ci dice che Salvador Dalí sapesse di aver usato lo sviluppo di un ipercubo?

D. - Nessuno ce lo dice! In realtà lui lo chiama Hypercubus, ma

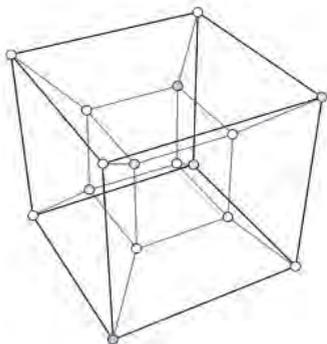


Fig. 2 - Ipercubo forzatamente rappresentato nello spazio ordinario.

visualizzare solo come oggetto matematico. Inoltre forse occorre qualche anno di maturazione per comprendere una tale astrazione. Non pensi?

D. - Si dovrebbe spiegare in tutte le scuole, a tutte le età, in tutti i momenti culturali. La quarta dimensione non si può vedere, ma occorre uno sforzo per intuirlo. Probabilmente Dalì aveva intuito il tutto e il suo Cristo, staccato dall'ipercubo, trascende le dimensioni a noi visibili, in tal modo! Inoltre la signora conoscenza a sinistra nel quadro è lì, pronta ad assorbire il significato. Io penso che anche i ragazzi giovani possano capire la quarta dimensione, almeno come oggetto matematico.

F. - Si però la strada è difficile, poi ci sono i fisici che mettono avanti lo spazio-tempo e la relatività ristretta, ma questa via crea soggezione, soggezione per via del mito Einstein.

D. - Ci vorrebbe un gioco! Ma non un gioco dove la quarta dimensione è il tempo e si fa la menata dei due ge-

forse non lo sapeva affatto. Ha solo preso una immagine che gli piaceva. Poi lui era Salvador Dalì, e i processi intuitivi della sua mente erano ad un livello superiore del nostro. Noi dobbiamo solo cercare di capire, con tutti i mezzi e tutti i linguaggi, un messaggio che va da incoscio ad incoscio, come per ogni quadro.

F. - Tuttavia lo strumento iperspazio è notevole, ma non è di comune conoscenza. Essendo un oggetto invisibile, esso si può

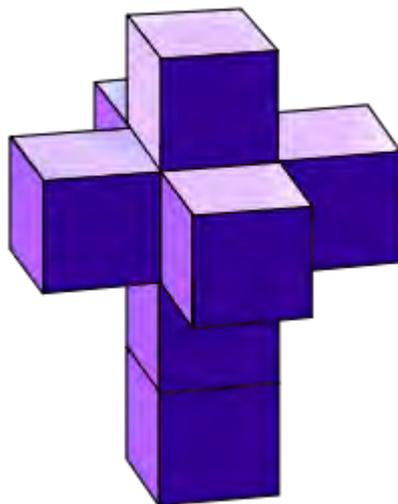


Fig. 3 - Lo sviluppo in 3D di un ipercubo.

melli, dei quali uno invecchia e l'altro no e poi si incontrano. Questo esempio è noioso, non si spiega bene senza le formule di Lorenz, ed alla fine neanche si capisce bene. Poi se la quarta dimensione è il tempo, tutto sembra un imbroglio, questo perché il tempo è una variabile privilegiata rispetto alle altre. Noi abbiamo bisogno di una quarta variabile che sia democratica. Inoltre i fisici hanno pure detto che il tempo non esiste, e forse la cosa pur non essendo banale è piuttosto intuibile, ma questo aspetto, tuttavia, porta ulteriore confusione. Ci vuole un gioco senza la fisica!

F. - Beh! Diana, potremmo insegnare ai ragazzi ad uscire da una stanza priva di porte e di finestre senza attraversare le pareti.

D. - Ottimo, se lo sai fare, ma non ci credo neanche se lo vedo. Sembra un giallo della camera chiusa!

F. - Giusto, ma se la stanza fosse invece un cubo e io passassi per la quarta dimensione?

D. - Sono ancora molto perplessa. Poi tu reale, che ci fai dentro un cubo che è astratto, e poi come fai ad andare a 4D?

F. - Facciamo un piccolo sforzo prima di giocare, io non sono io, sono un punto dentro al cubo, non so, sono il mio baricentro. Poi io a 4D non ci so andare. Il passaggio sarebbe totalmente teorico e potrei indicarti il percorso matematico che deve fare il punto per uscire. Ti basta?

D. - Allora sarebbe un bel gioco, ma tutti ti farebbero le mie stesse domande, *dai proviamolo a scriverlo a quattro mani.*

2 - Un ometto bidimensionale esce da un quadrato senza attraversare i lati

Tutti sanno che il quadrato è la figura con quattro vertici e quattro lati, i lati sono tutti eguali tra loro ed ogni lato è ortogonale al successivo. Noi individuiamo il quadrato standard del piano (figura 4) con una coppia di coordinate, dette ascissa e ordinata, (x_1, x_2) supponendo che la terza coordinata, la quota, sia 0. Per le prime due coordinate inoltre supporremo valide le condizioni:

$$\begin{aligned} 0 &\leq x_1 \leq 1 \\ 0 &\leq x_2 \leq 1 \end{aligned}$$

Un qualunque punto, strettamente interno al quadrato, è rappresentato con le coordinate (a, b) dove risulta $0 < a < 1$, $0 < b < 1$, la mancanza dei segni eguale essendo essenziale.

Il punto interno, in termini di fantasia del quotidiano, può essere pensato come il baricentro di un ometto 2-dimensionale (*shadow-man-2D*), che si muove nel quadrato, e al quale è proibito attraversare i

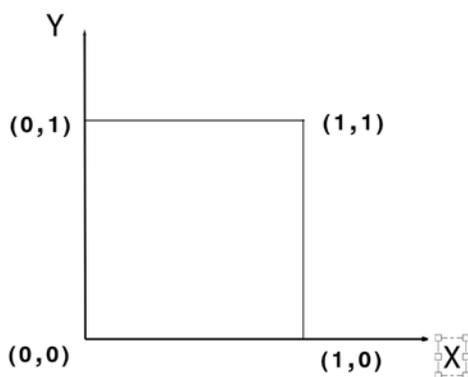


Fig. 4 - Il quadrato standard sul piano (x_1, x_2) .

lati (muovendosi sul piano. Ora se lo *shadow-man-2D* è prigioniero, noi non lo siamo e possiamo operare come ci pare. Pertanto andiamo a introdurre una terza dimensione, anzi andiamo a considerare un cubo standard in 3D, il cui generico punto è ora dato da tre coordinate (x_1, x_2, x_3) , soddisfacente le condizioni :

$$0 \leq x_1 \leq 1 \quad , \quad 0 \leq x_2 \leq 1 \quad , \quad 0 \leq x_3 \leq 1$$

Il quadrato di origine, contenente lo *shadow-man-2D*, è sulla faccia descritta dal punto $(x_1, x_2, 0)$, cioè sul piano di equazione $x_3 = 0$.

Il percorso indicato in figura 6 si può matematizzare. Considero come punto iniziale un punto interno al quadrato standard sul piano (x_1, x_2) che possiamo assegnare come punto S di coordinate $(a, b, 0)$. Da tale punto ci eleviamo a quota $1/2$ nel punto $S_1 = (a, b, 1/2)$, la quota naturalmente è arbitraria, ma si deve fissare. Dal punto S_1 ci

spostiamo parallelamente all'asse x_2 ottenendo il punto $S_2 = (a, b+1, 1)$. Proiettiamo ora S_2 sul piano (x_1, x_2) ottenendo il punto:

$$S' = (a, b+1, 0)$$

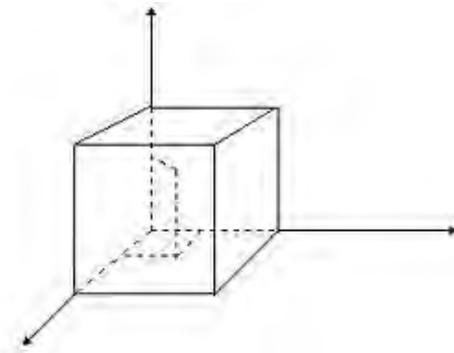


Fig. 5- Il cubo standard con lo *shadow-man* su una faccia.

che è chiaramente fuori del quadrato. Il percorso dello *shadow-man* S è ben chiaro:

$$S \rightarrow S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S'$$

Lo *shadow-man* S è uscito dal quadrato senza attraversare i lati: è passato dalla terza dimensione!

Marginalmente, rispetto al problema precedente, e in attesa di capire cosa sia l'ipercubo e cosa sia lo sviluppo 3-dimensionale dell'ipercubo ci accontenteremo di un passo intermedio, precisamente di sapere cosa sia lo sviluppo 2-dimensionale del cubo.

Per sviluppo 2-dimensionale del cubo si intende il passaggio dal cubo di figura 7a, alla figura piana che gli affianchiamo a destra (figura 7b), passando attraverso l'apertura del cubo, che appare nell'immagine centrale! Tutta l'operazione è perfettamente visibile poiché il piano e lo spazio 3D sono controllabili visivamente nel nostro mondo, dai nostri disegni e dai nostri occhi.

Questo sviluppo, o apertura della superficie del cubo sul piano,

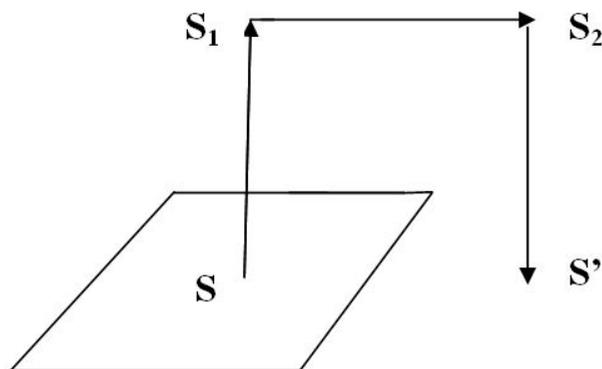


Fig. 6-1 percorso dello Shadow, che esce dal quadrato e passando per la terza dimensione, non attraversa i lati.

sono interessanti e preludono, anzi introducono, a quanto faremo nel paragrafo successivo. La conquista della quarta dimensione, attraverso l'ipercubo, da parte del lettore non specialista, richiede un tale sforzo di astrazione che ci porta necessariamente a percorrere un lungo cammino insieme.

3 - Ipercubo chi sei ? Se ci sei batti un colpo: *the main problem*

Nel nostro italiano complesso e descrittivo avremmo faticato non poco ad argomentare per cosa questo paragrafo sia utile, cosa vogliamo raggiungere e all'importanza di quanto asseriremo. Al posto di un paio di frasi troppo lunghe avremmo perfino sostituito un tra virgolettato anacoluto, così da far capire di essere al centro del problema, dicendolo e non dicendolo, usando frasi che fossero tutto e niente. Gli inglesi con quel loro stile, che sembra un permanente rasoio di Occam, risolvono il problema in due battute e nel titolo: *the main problem*.

Il problema principale non è solo comprendere e descrivere cosa sia un ipercubo, ma anche comprendere il concetto "matematico" di spazio 4D.

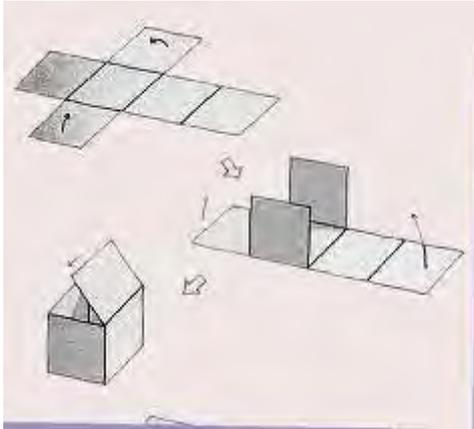


Fig.7a - L'apertura di un cubo.

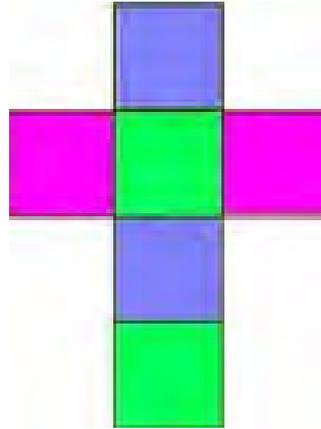


Fig. 7b - Lo sviluppo 2D di un cubo: la croce latina.

Cominciamo con l'identificare il concetto di *spazio 1-dimensionale* con il concetto di retta riferita a un sistema di ascisse e quindi a identificare il tutto con l'insieme dei numeri reali (figura 8).

Uno *spazio 2-dimensionale* e' dato dall'insieme dei punti del piano, ovvero introducendo le coordinate cartesiane, mediante coppie ordinate di numeri reali (figura 9).

Uno *spazio 3-dimensionale* e' dato dall'insieme dei punti dello spazio della geometria classica. Esso si identifica con l'insieme delle terne ordinate di numeri reali. (figura 10).

Siamo quasi arrivati. Il procedere per analogia è a volte regola. Numericamente parlando:

- uno spazio a 1 dimensione si identifica con l'insieme dei numeri reali,
- uno spazio a 2 dimensioni si identifica con l'insieme delle coppie ordinate di numeri reali,
- uno spazio a 3 dimensioni si identifica con l'insieme delle terne ordinate di numeri reali.

Diamo la seguente definizione (per analogia): *Uno spazio a 4 dimensioni si definisce come l'insieme delle quaterne ordinate di numeri reali*

$$P = (x_1, x_2, x_3, x_4)$$

e la figura ???????

Giustamente ci chiediamo: qual è la figura dello spazio a quattro dimensioni ?

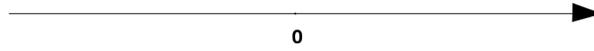


Fig. 8 - Spazio 1-dimensionale.

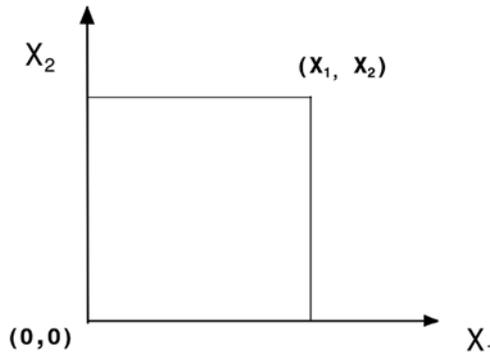


Fig. 9 - Spazio 2-dimensionale.

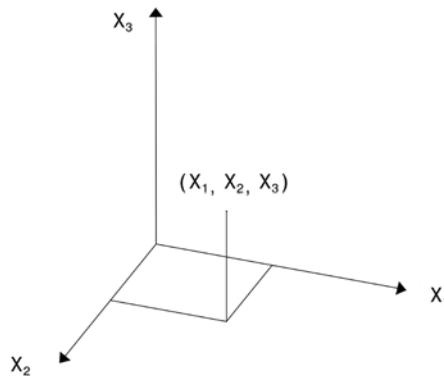


Fig. 10 - Spazio 3-dimensionale.

La figura non c'è. Intanto il medico non ci ha ordinato di fare la figura. Poi vogliamo fare come gli ebrei con Dio, perché sminuire lo spazio a 4D con una rappresentazione, come fosse il Signore con la barba. Poi anche volendo noi, tale figura, non la potremmo neanche fare. È un fatto di presunzione.

Vi immaginate lo shadow man a 2D che vuole disegnare nel suo ambiente piano uno spazio a 3D, va solo sgridato e gli va detto:

«Oh grullo d'uno shadow a 2d, oh che tu fai? Tu sei l'ombra di uno shadow a 3D, stai al tuo posto, non essere fanatico e presuntuoso, non cercare di vedere quello che non ti compete. Anzi sai che ti dico tu fatti le dimensioni tue che noi ci facciamo le nostre».

Così dice anche a noi l'uomo a 4D, del quale noi saremmo una ombra a 3D, qualora noi si tentasse di volerlo vedere.

Non si può !

Taluno potrebbe dirci: ma che dite, e l'assonometria e la prospettiva dove le mettete! Con queste idee rappresentiamo figure 3D nel piano. Non possiamo pensare a qualcosa di analogo. Si è provato, è venuta fuori la figura 2, che è quanto di peggio si poteva ottenere. Del resto le idee di assonometria e prospettiva sono basate sull'aver dei punti di vista di una figura spaziale nel nostro mondo reale e di un legame concreto tra l'occhio, una figura 3D e un quadro di proiezione. Lo scopo è portare in giro un foglio con elementi spaziali ricostruibili da quelli piani.

Lo spazio a 4D è un puro oggetto matematico: l'insieme delle quaterne ordinate di numeri reali, con un'opportuna struttura, punto e basta! Non vi è niente da vedere e si può solo procedere per analogia.

L'ipercubo standard è l'insieme dei punti di uno spazio 4-dimensionale le cui coordinate (x_1, x_2, x_3, x_4) soddisfano le limitazioni seguenti:

$$0 \leq x_1 \leq 1$$

$$0 \leq x_2 \leq 1$$

$$0 \leq x_3 \leq 1$$

$$0 \leq x_4 \leq 1$$

Se nel luogo precedente consideriamo i punti con la quarta co-

ordinata nulla cioè i punti le cui coordinate (x_1, x_2, x_3, x_4) soddisfano le condizioni:

$$\begin{aligned} 0 &\leq x_1 \leq 1 \\ 0 &\leq x_2 \leq 1 \\ 0 &\leq x_3 \leq 1 \\ x_4 &= 0 \end{aligned}$$

si ottiene un sottoinsieme che è chiaramente il cubo standard 3 dimensionale.

Siano a, b, c tre numeri reali positivi e minori di 1. Sia $(a, b, c, 0)$ anzi $(a, b, c, 0)$ un uomo ombra libero di muoversi nel cubo standard 3-dimensionale senza che egli possa attraversare le facce, naturalmente ad iperquota zero.

Prendiamo lo shadow 3D:

$$S = (a, b, c, 0).$$

Spostiamolo secondo il percorso seguente (a 4D),

$$S \rightarrow S_1 = (a, b, c, 1/2) \rightarrow S_2 = (a, b+1, c, 1/2) \rightarrow S' = (a, b+1, c, 0)$$

Andando da S ad S' siamo usciti dal cubo iper-innalzandoci a iperquota $1/2$, muovendoci fuori del cubo parallelamente all'asse x_2 , in modo del tutto analogo a come si è fatto per il quadrato, poi rientrando in 3D sul punto S' che è nello spazio 3D per avere la quarta coordinata nulla e fuori del cubo per avere la seconda coordinata più grande di 1.

Ora cominciamo ad essere proprio bravi. L'appetito viene mangiando! Vogliamo sviluppare l'ipercubo standard così da ottenere la croce di Dalí. Per questo è sufficiente caratterizzare le facce e provare che esse sono 8 cubi, l'assemblaggio è poi arbitrario e quello di Dalí va bene, perché va bene quello a croce latina per il cubo. Niente di più!

Le prime due facce sono:

$$\begin{aligned} 0 &\leq x_1 \leq 1 \\ 0 &\leq x_2 \leq 1 \\ 0 &\leq x_3 \leq 1 \end{aligned}$$

una volta con $x_4 = 0$ e una volta con $x_4 = 1$.

Ora possiamo scambiare una alla volta le variabili x_1, x_2, x_3 con la quarta variabile x_4 in modo da avere le altre sei facce-cubiche.

4 - Conclusioni e nota storica

Questo é il mondo di oggi! (eravamo nel 1991). I ragazzi uscivano da un cubo senza passare per le facce e lo facevano prima dei diciotto anni!

Notiamo che l'imporre da generazioni la geometria euclidea 3D è sicuramente importante in quanto questa conoscenza è la base della comprensione del mondo. Ma è anche vero che occorre una apertura verso altre direzioni siano esse le vie delle geometrie non euclidee, oppure quelle delle geometrie multidimensionali o anche verso le nuove geometrie finite alla base della crittografia e dell'autenticazione dei messaggi informatici. Aprirsi verso nuove geometrie è muoversi nelle idee del pensiero debole (il pensiero forte predilige il dogma culturale, politico, religioso, non accettando il relativismo del pensiero). Del resto, come ci ha insegnato il filosofo Karl Popper, nessuna scienza è organizzata secondo architetture definitive. Basta una semplice idea che ne costituisca una falsificazione perché tutto il castello culturale crolli e debba essere rivisitato, aggiornato e sottoposto ad un salto epistemologico che ne ricostruisca una nuova versione, versione che comprenda l'antica come caso particolare. In questo contesto la verità appare come un pensiero forte. Si noti: l'uomo, nella sua azione sociale, è un osservatore di eventi, poi li interpreta secondo il suo livello culturale, le sue conoscenze, i suoi difetti e i suoi archetipi, costruiti dal mondo sociale che lo circonda. Cosa ottiene: la sua verità soggettiva, ovvero una sfaccettatura di una ipotetica e utopica verità assoluta, sulla cui esistenza siamo portati ad avere molti dubbi!

Il primo accenno assoluto ad una quarta dimensione(temporale) è dovuta al torinese Joseph-Louis Lagrange(1736-1813) nella sua opera *Mécanique analytique* (1788) dove usa lo spazio con tre dimensioni spaziali e una temporale. Nel 1827 fu August Ferdinand

Möbius(1790-1868) astronomo e matematico tedesco, famoso per la sua idea del nastro, notò che in attraverso le quattro dimensioni, avremmo potuto ruotare un corpo tridimensionale nella sua immagine speculare. Una parentesi è costituita dal matematico svizzero Ludwig Schläfli(1814-1895) che ebbe l'idea di generalizzare i concetti di poligono e poliedro alle dimensioni superiori definendo i politopi. Sulla metà del 1800 gli spazi euclidei nel senso moderno del termine non erano stati ancora sviluppati ed inoltre non esisteva ancora una teoria dei vettori, così che presero corpo alcune ricerche su nuovi tipi di numeri. Nel 1840 l'irlandese William Rowen Hamilton (1805-1865), precoce genio inglese, che a cinque anni leggeva greco, latino ed ebraico e a dieci conosceva gran parte delle lingue orientali, partendo dai numeri complessi (a 2 unità) tentava di ampliarne l'algebra in tre dimensioni, operazione che era un continuo fallimento per via della moltiplicazione che non si riusciva a definire. Fu risolutivo un passaggio alle quattro unità (1, i, j, k) per le quali si narra che l'idea finale, Hamilton, la ebbe, nel 1843, mentre con la moglie passeggiava sul Brougham Bridge, su una pietra del quale incise: $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$ e fu l'idea vincente nella costruzione del corpo dei quaternioni $a + bi + cj + dk$, per i quali si comprese che andando avanti in questa direzione, occorreva rinunciare ad alcune proprietà classiche, quale la proprietà commutativa, assente nell'algebra dei quaternioni. In realtà con gli occhi attuali i quaternioni si possono pensare come la somma formale di un numero con un vettore $a + u$, ma poichè al tempo la teoria dei vettori non esisteva, furono i quaternioni gli oggetti dai quali nacque una prima formalizzazione della fisica, riscritta solo successivamente in chiave vettoriale. Un successivo ampliamento si ebbe con l'intuizione di John Thomas Graves (1806-1870), e la formalizzazione dovuta all'inglese Arthur Cayley (1821-1825), da cui nacque l'algebra degli ottetti di Cayley, numeri a dimensione otto, nei quali si perde la proprietà associativa. Fu infine Bernhard Riemann (1826-1866) che nella sua opera, scritta nel 1854 *Über die Hypothesenwelcher der Geometrie zu Grundeliegen* (Sulle ipotesi che stanno alla base della geometria) ma pubblicata postuma nel 1867, che consacra la possibilità di una geometria in un numero qualsiasi di dimensioni. L'uso di quaternioni per la fisica furono in seguito

semplificati, anche grazie alle ricerche di Hermann Grassmann (1809-1877) da Jossiah W. Gibbs (1839-1903) e Oliver Heaviside (1850-1925), i quali, attorno al 1880, adattarono quanto noto alle necessità della fisica matematica; sviluppando in tal modo il calcolo vettoriale moderno.

Solo nel 1899 David Hilbert (1862-1943) scrisse il *Grundlagen der Geometrie*, in cui dava una sistemazione assiomatica alla geometria euclidea, punto di partenza di quella che doveva essere, in tutto il 1900 una revisione totale della geometria con le geometrie non euclidee e della la fisica con la relatività di Einstein.

Uno dei maggiori esponenti della quarta dimensione fu Charles Howard Hinton che, come prima opera su tale argomento, pubblicò nel 1880 il saggio *What is the Fourth Dimension?* sul giornale del Trinity College di Dublino. Nel 1908 Hermann Minkowski presentò un saggio nel quale consolidò il ruolo del tempo come la quarta dimensione dello spazio-tempo, come geometria essenzialmente non-euclidea, base delle teorie della relatività di Einstein.

Bibliografia

ABBOTT Edwin A. (2008) *Flatlandia*, Torino, Bollati Boringhieri.
EUGENI Franco (2020). Il mondo della quarta dimensione tra teoria ed esercizi, *Periodico di Matematica*, Anno 35°, vol. XVII in <https://www.afsu.it/bollettino/bollettini/>.

GARDNER Martin (1975), *La chiesa della quarta dimensione*, in *Enigmi e giochi matematici vol. 4*, Enc. Pratiche Sansoni, Milano.

RUCKER Rudy (1984), *La quarta dimensione*, Adelphi, Milano.

VERONESE Giuseppe (1881-2), *Sulla geometria descrittiva a quattro dimensioni*, *Atti dell'Ist. Veneto* (5), pp.987-1024, Padova.

ArteScienza

Rivista telematica semestrale

<http://www.assoculturale-arte-scienza.it>

Direttore Responsabile: Luca Nicotra

Direttori onorari: Giordano Bruno, Pietro Nastasi

Registrazione n.194/2014 del 23 luglio 2014 Tribunale di Roma

ISSN on-line 2385-1961

Proprietà dell'Associazione Culturale "Arte e Scienza"